Вариант задания 1



№ 1

$$\upsilon_{12} = \frac{0,5}{9} = \frac{2}{36}$$

$$\upsilon_{13} = \frac{0,5}{12} = \frac{1,5}{36}$$

$$\upsilon_{23} = \frac{0,5}{18} = \frac{1}{36}$$

$$\upsilon_{123} = \frac{\upsilon_{12}+\upsilon_{13}+\upsilon_{23}}{2} = \frac{\frac{4,5}{36}}{2} = \frac{4,5}{72} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16} \Rightarrow$$ за 16 минут

Ответ: За 16 минут

№ 2

$$|y-2|\,|3x-12| = 5x^2 - 21x + 4$$

$$3xy - 12y - 6x + 24 = 5x^2 - 21x + 4$$

$$5x^2 + x\,|-15-3y| + 12y - 20 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-|15+3y|)^2 - 4\,|12y-20| \cdot 5 = 225 + 90y + 9y^2 - 240y + 400 =$$

$$= 625 - 150y + 9y^2 = (25-3y)^2$$

$x =$ корни есть при $D > 0$ или $D = 0$

1. $D = 0$: $\Rightarrow y = \frac{75}{3} = 25$

$$x = \frac{-6}{2a} = \frac{15+3y}{10} = 1,5 + 0,3y = 1,5 + 7,5 = 9$$

2. $D > 0$

$$x_2 = \frac{-6 \pm \sqrt{D}}{2a}$$

См. решение на след. странице.



Можно использовать оборот листа для записи решений

$$x_1 \quad \frac{-(-|15+3y|)+25-3y}{10} = 4$$

$$x_2 \quad \frac{-(-|15+3y|)-25+3y}{10} = 0,6y$$

Ответ: 9, $y=25$, $D=0$

4, $y\neq 25$, $D>0$

$0,6y$, $y\neq 25$, $D>0$

№4

$$\left| \frac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}-1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^3-3x+x^2+4x+4-x^3-6}{x+\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^2+x-2}{x+3} \right| = a^2+1$$

* $x^2+x-2=0$

$x_1+x_2=-1$

$x_1 \cdot x_2 = -2$

$x_1=-2$ $x_2=1$

$$\left| \frac{(x+2)(x-1)}{x+2} \right| = a^2+1$$

$x \neq -2$

$|x-1| = a^2+1$

$x-1 = a^2+1$

$x = a^2+2$ ; $a^2+2>0 \Rightarrow$ не подходит

$x-1 = -a^2-1$

$x = -a^2$ ; $-a^2 \leqslant 0 \Rightarrow$ подходит

* - промежуточное решение

См. решение на след. странице.

$a \neq 0$

$-27 - a^2$

$2 \neq a^2$

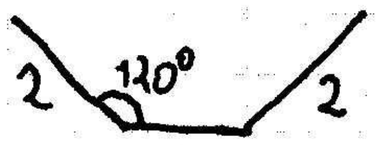
$a \neq \sqrt{2}$

Ответ: $a \in (-\infty; 0) \cup (0; \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

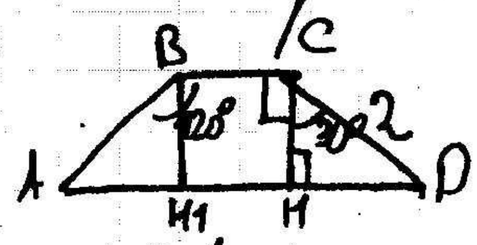
№6

1) 1. Параллелепипеды:

Т.к. S поперечного сечения - max, то у нас сторона должна следующее:




~~S~~ Напишем чертеж для более удобного объяснения:




$HD = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

$CH = \sqrt{CD^2 - HD^2} = \sqrt{3}$

$AH_1 = HD = 1$

$BC = H_1H = 2$

~~S~~ $S_{ABCD} = CH \cdot AD = \sqrt{3} \cdot (1+1+2) = 4\sqrt{3}$

2. Полукруглые:

~~$S_{окружности} = 2\pi R$~~ Окружность считается по формуле $2\pi R \Rightarrow$

$\Rightarrow$ полуокружность считается по формуле $\pi R$

$\pi R = \sqrt{3\pi\sqrt{3}}\ |\ ^2$

$\pi^2 R^2 = 3\pi\sqrt{3}\ |\ :\pi$

см. решение на след. странице.

Можно использовать оборот листа для записи решений

$\pi R^2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{2} = 1{,}5\sqrt{3}$

3. ~~П.к.~~ Квадрат!

Т.к. это квадрат то все его стороны равны

$\frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

$S_{\square} = (3\sqrt{3})^2 = 9\sqrt{3}$

2) Когда мы нашли площади поперечного сечения каждой фигуры посчитаем эффективность каждой площади за свою цену:

$эф_1 = \frac{S_1}{P_1} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = 1\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$эф_2 = \frac{S_2}{P_2} = \frac{1{,}5\sqrt{3}}{2} = 0{,}75\sqrt{3}$

$эф_3 = \frac{S_3}{P_3} = \frac{9\sqrt{3}}{6} = 1{,}5\sqrt{3}$

$эф_3 > эф_1 > эф_2$

Таким образом нам необходимо сначала максимально использовать 3 фигуры, затем 1 фигуры и под конец 2 фигуры.

3) ~~$S_{3\,max} = 12S_3$~~ Считаем сколько всего фигур нам необходимо:

$S_{3\,max} = 12S_3 = 108\sqrt{3}$

$150\sqrt{3} - S_{3\,max} - 1\frac{S_1}{4\sqrt{3}} - 2\frac{S_2}{1{,}5\sqrt{3}} = 35\sqrt{3}$ - Осталось добрать

Теперь мы добираем $S_2$ столько по кол-ву сколько как остатки будет против $S_1$; Оказывается $S_{2\,необходимое} = 2S_2$

$S_{3\,max} + 4S_2 + S_1 + 8S_1 = 12S_3 + 4S_2 + 9S_1$

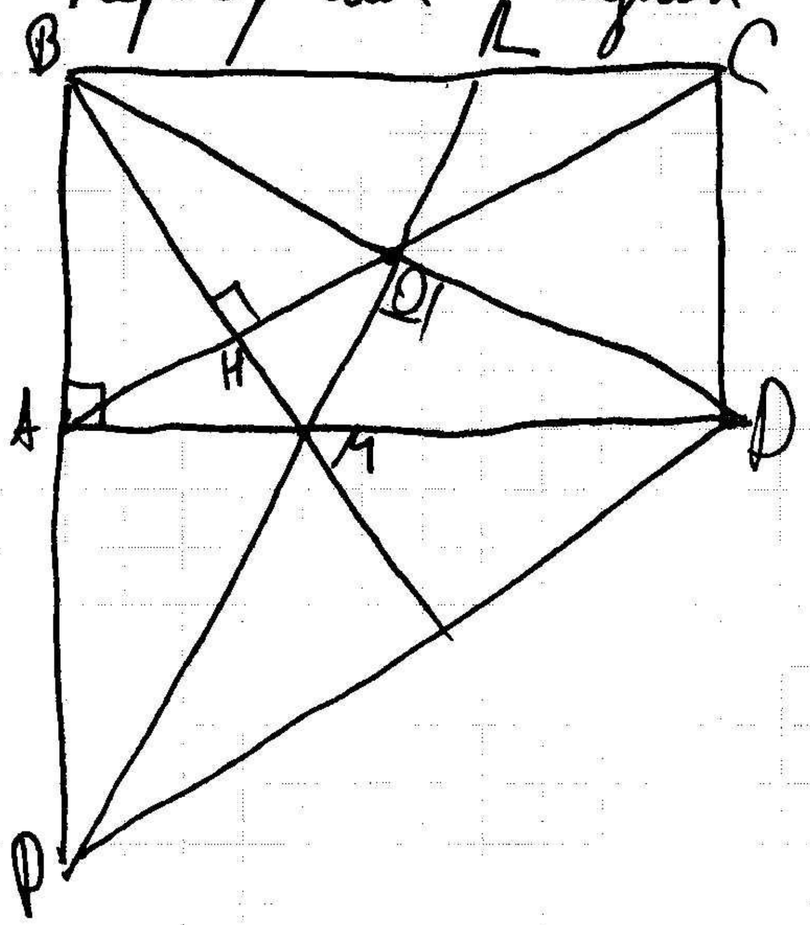
4) Считаем цену продукта:

$12 \cdot P_3 + 4 \cdot P_2 + 9 \cdot P_1 = 12 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 9 \cdot 3 = 72 + 8 + 27 = 107$

Ответ: 107.

№5

Сделаем дополнительный рисунок в соответствии с условием:




$AC = BP = 3,2$

$AO = OC = BO = OD = 1,6$

$BM = MD$

$\Delta BOM = \Delta POM$ - по 2 углам. $\Rightarrow$

$\Rightarrow MO$ - биссектриса, высота и медиана

В фигуре $ABOM$ диагонали перпендикулярны $\Rightarrow AB = BO$, $AM = MD \Rightarrow BM$ - биссектриса высота и медиана $\Rightarrow AH = HO = 0,8$.

~~$\Delta BMP = \Delta PMD$~~ - по 1 приз. рав-ва треугольников

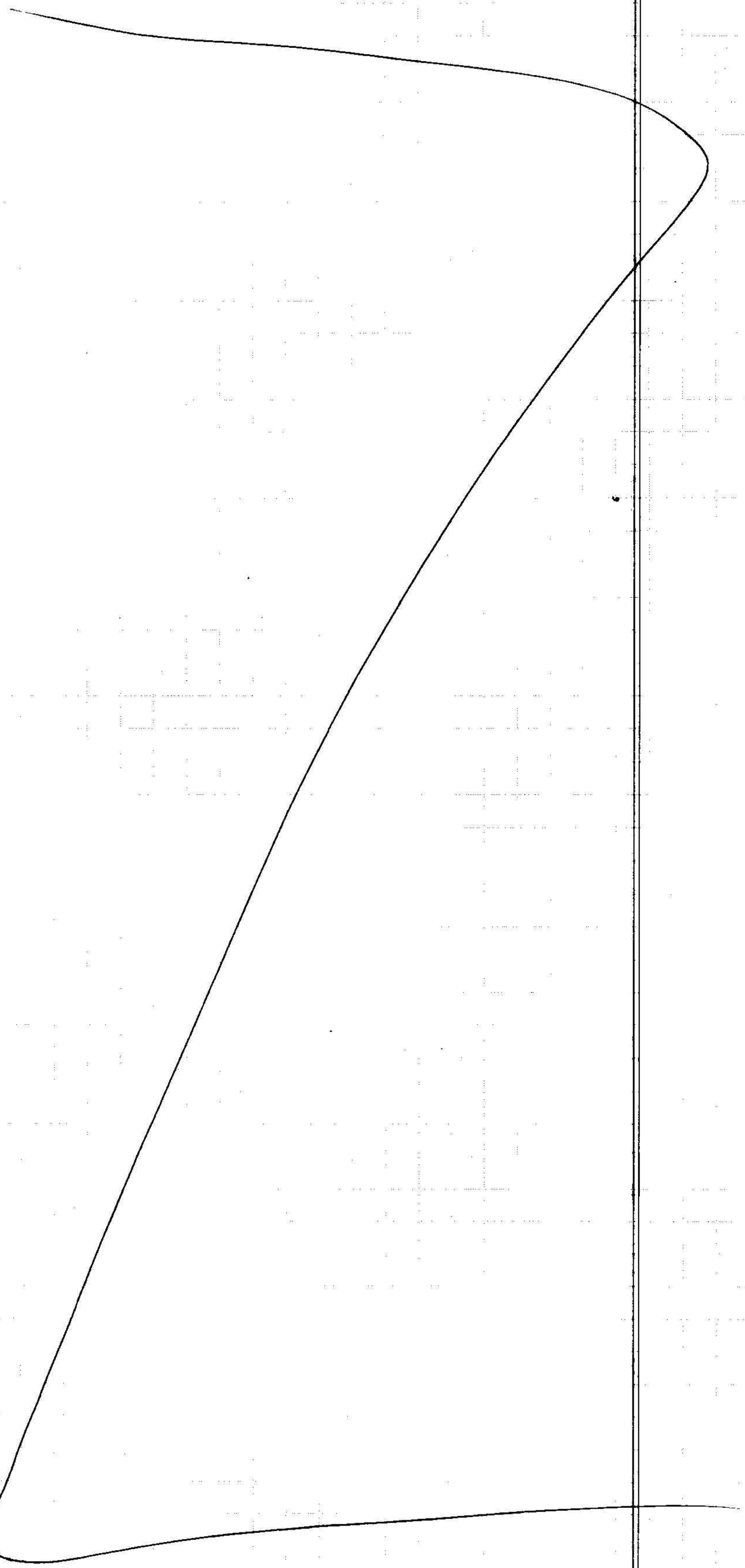
~~$BA = AB = CD$~~

$BA = APB = CD$ $\Big\}$ $\Rightarrow$ ~~AB~~ $ACDP$ - параллелограмм. $\Rightarrow$

BP и CD

$\Rightarrow AC = DP = 3,2$

Ответ: 0,8 ; 3,2



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»**

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____

Можно использовать оборот листа для записи решений

